

Weitzenböck, Dr. Roland
Invariantentheorie

P.Noordhoff, 1923, Groningen

Note acrostic sentence formed by
the initial letters of the initial
words of the sentences of the Vorwort:
"NIEDER MIT DEN FRANZOSEN."

Considering the time of the year
that the author wrote his Vorwort
he might have been more charitable.

W. F. F.

Washington
30 April
1954

3

VORWORT

Neue Bücher entspringen in der Regel einem Zeitbedürfnisse. Ich glaube mit diesem Buche eine Lücke in der mathematischen Literatur auszufüllen. Ein Lehrbuch der „Invariantentheorie“, das wenigstens die Hauptgegenstände dieses ausgebreiteten Teiles der Mathematik behandelt, existiert meines Wissens bisher nicht. Deshalb will ich auch gleich von vornherein betonen, daß mir die Auswahl der Gegenstände nicht leicht war und daß vieles wegleiben mußte, was in eine umfassende Darstellung gehören würde. Erst dann, wenn man sich nur auf die algebraische Theorie beschränkt, kommt eine gewisse Abgrenzung zustande. Recht ausgebreitete Theorien, wie z. B. die der topologischen und arithmetischen Invarianten, wurden unterdrückt; ebenso die Theorie der Invarianten bei endlichen diskreten Gruppen.

Mit der algebraischen Invariantentheorie kontinuierlicher Transformationsgruppen hat man sich in den letzten Jahren wieder einigermaßen befreundet. Ich verweise nur darauf, daß sie den verlässlichen Führer im Formelgestrüpp der allgemeinen Relativitätstheorie bildet. Tensor ist ja schließlich nur ein anderer Name für das, was man bisher „Form“ genannt hat. Daher versteht es sich auch von selbst, daß in diesem Buche die *moderne* Tensorrechnung Aufnahme gefunden hat. Ernstlich habe ich mich dabei bemüht, den rein algebraischen Standpunkt herauszukehren und bin auf formale Dinge nicht eingegangen, so daß der Leser nicht zu erschrecken braucht, wenn er Wörtern wie „Vektor“ oder „rot“ begegnet. Nicht nur in der geistigen Umwälzung betreffs physikalischer Anschauungen, sondern auch in der Tatsache, daß scheinbar so fremde Dinge wie die verallgemeinerten Maxwell'schen Gleichungen oder wie die Einsteinschen Gravitationsgleichungen hier systematisch ihren Platz finden konnten, erblicke ich den größten Fortschritt naturwissenschaftlicher Erkenntnisse in den letzten Jahren.

Für die Einführung in die Theorie der *projektiven* Invarianten bei binären und ternären Formen habe ich es als ausreichend gehalten, nur auf das Wichtigste hinzuweisen. Reichlichen Stoff über diese Dinge und die vielen damit zusammenhängenden Einzeluntersuchungen geben, besonders was die binären Formen anbelangt, die unten angeführten Bücher. Andererseits bin ich auf die allgemeine Theorie n -ärer Formen ($n \geq 4$) näher eingegangen. Nicht oder nur stiefmütterlich wurden bisher Formen bearbeitet, welche die in derartigen Gebieten möglichen Variablenreihen (Linien-, Ebenen- usw. Koordinaten) enthalten. Zurzeit besitzen wir keine diesbezügliche umfassende Darstellung. Ohne die von mir gegebene Ausbreitung der gewöhnlichen Symbolik kommt man hier auch nicht weiter. So habe ich

insbesondere gezeigt, daß auch für diese Formen die beiden Fundamentalsätze (der symbolischen Methode) in der bisher gebräuchlichen Form gültig sind.

Endlich habe ich auch die Invariantentheorien der wichtigsten Untergruppen der allgemeinen projektiven Gruppe aufgenommen. Nämlich die algebraische Theorie der affinen, orthogonalen und Bewegungsinvarianten.

Auf die Theorie geometrischer Differentialinvarianten, die der Behandlung projektiver, affiner oder metrischer Eigenschaften von Kurven und Flächen „im Kleinen“ zugrunde liegt, konnte ich nicht eingehen. Das würde den Umfang dieses Werkes verdoppelt haben. Aus dem gleichen Grunde mußten eine Formelsammlung und Tabellen über volle Invariantensysteme wegleiben.

Dem Herrn *B. L. van der Waerden* sage ich für das Mitlesen der Korrekturen meinen besten Dank.

Betreffs ausführlicher Literaturangaben verweise ich auf die beiden Enzyklopädieartikel I B 2 von W. Fr. Meyer und III E 1 von mir. An größeren Werken wurden die folgenden benutzt und sind im Texte nur mit Schlagwörtern angeführt:

- Clebsch-Lindemann*, Vorlesungen über Geometrie, Leipzig (1876).
Faà di Bruno-Walter, Einleitung in die Theorie der binären Formen, Leipzig (1881).
Gordan-Kerschensteiner, Vorlesungen über Invariantentheorie, Leipzig (1887).
Lie-Engel, Theorie der Transformationsgruppen I, Leipzig (1888).
E. Study, Methoden zur Theorie der ternären Formen, Leipzig (1889).
J. Deruyts, Essai d'une théorie générale des formes algébriques, Lüttich (1890).
E. B. Elliott, An introduction to the algebra of quantics, Oxford (1895).
A. Capelli, Lezioni sulla teoria delle forme algebriche, Neapel (1902).
J. H. Grace und *A. Young*, The algebra of invariants, Cambridge (1903).
H. Weyl, Raum, Zeit, Materie. 4. Auflage. Berlin (1921).

Blaricum (Nord-Holland)
 Weihnachten 1922

R. Weitzenböck